

Università degli studi di Udine
Laboratorio di Fisica Generale I - Cds Ingegneria
Elettronica

Gruppo 15:
Vittorio Alzetta - 168352
Cristian Burato -
Catalin Enuta Andrusca -

16 Aprile 2024

Indice

1	Introduzione	2
2	Cenni teorici	2
2.1	Strumenti	2
2.2	Misurazioni	2
2.3	Teoria degli errori	3
2.4	Aspettative	3
3	Misurazioni	4
3.1	30 misure	4
3.2	100 misure	6
3.3	300 misure	7
4	Conclusioni	9

1 Introduzione

La seguente relazione riassume i risultati che abbiamo ottenuto in laboratorio dalla misurazione del periodo del pendolo. Nella prima parte si discuteranno le aspettative teoriche dell'esperimento e i metodi utilizzati per le misurazioni, nella seconda analizzeremo più in dettaglio ciò che abbiamo ottenuto mentre nell'ultima sezione faremo alcune importanti considerazioni sulla riuscita o meno dell'esperimento.

2 Cenni teorici

In questa sezione elencheremo gli strumenti utilizzati durante la misurazione e durante l'elaborazione dei dati, poi descriveremo brevemente le formule che abbiamo utilizzato per effettuare l'analisi statistica dei risultati ottenuti (di cui parleremo più approfonditamente nel capitolo successivo).

2.1 Strumenti

Durante l'esperimento abbiamo utilizzato i seguenti strumenti:

- **Pendolo composto:** un pendolo costituito da un'asta di $1400\text{mm} \pm 1\text{mm}$ a cui erano fissate due masse da 760g^1
- **Cronometro:** un software installato nei PC del laboratorio
- **Metro:** per misurare l'angolo che il pendolo formava con la perpendicolare
- **Excel:** il software che abbiamo utilizzato per l'analisi statistica dei dati

2.2 Misurazioni

Prima ancora di iniziare a misurare il periodo di oscillazione del pendolo abbiamo calcolato l'angolo massimo che esso formava con la perpendicolare. Per fare ciò è stato sufficiente portare il pendolo fino al punto da cui lo avremmo lasciato successivamente; lì, abbiamo misurato la distanza tra il fulcro (asse di rotazione) e un punto dell'asta del pendolo; poi, abbiamo misurato la distanza tra il punto scelto e la perpendicolare al terreno passante per il fulcro. Con questi dati è stato semplice calcolare l'angolo di inclinazione massima:

$$l \sin \theta = d \quad (1)$$

Da cui, avendo l pari a $795\text{ mm} \pm 1\text{mm}$ e d pari a $185\text{mm} \pm 1\text{mm}$, abbiamo ottenuto:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{d}{l} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{185\text{mm}}{795\text{mm}} \right) = 13,5^\circ \quad (2)$$

¹non era presente l'incertezza sulla misura di queste masse

Avendo inclinato il pendolo di un angolo inferiore ai 15° abbiamo potuto sfruttare il fatto che le oscillazioni diventano isocrone.

Per assicurarci che il pendolo partisse sempre dallo stesso punto abbiamo utilizzato un tavolo, al quale ponevamo in contatto il pendolo prima di ogni oscillazione².

2.3 Teoria degli errori

Lo scopo di questo esperimento è quello di mostrare come le misure prese sperimentalmente in laboratorio abbiano alcune importanti caratteristiche di valore statistico.

Dalla teoria degli errori mi aspetto che le nostre misure si distribuiscano secondo quella che viene chiamata distribuzione normale, ovviamente avendo preso prima 30, 100 e poi 300 misure si intuisce che all'aumentare dei dati aumenti la precisione di questa ipotesi. Di seguito la formula che ho utilizzato per definire la funzione associata alla distribuzione normale:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_c^2}} \quad (3)$$

dove σ_c corrisponde alla deviazione standard di un campione della popolazione (la formula varia leggermente rispetto a quella riferita alla popolazione intera perchè risente di dell'effetto Bessel) e si calcola come:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

Nella (3) e nella (4) compaiono i simboli μ e $\bar{x}$ che sono due modi di indicare il valore medio. Ho quindi usato la seguente formula per calcolarlo:

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (5)$$

2.4 Aspettative

Come si è accennato nel precedente sottocapitolo ci si aspetta che le misure fatte in laboratorio, raggruppate in intervalli precisi, si distribuiscano normalmente (secondo la distribuzione di Gauss) con centro in corrispondenza del valore medio μ . Ovviamente le misure che effettuate sono state soggette ad errori casuali, mentre si è cercato di ridurre al minimo gli errori sistematici. Ci si aspetta infine che all'aumentare delle misure (30, 100 e 300) il modello predittivo (curva di Gauss) approssimi sempre meglio i risultati effettivi.

²abbiamo preso singolarmente la misura di ogni oscillazione

3 Misurazioni

In questo capitolo si discutono nel dettaglio i risultati ottenuti in laboratorio. Prima di proseguire faccio osservare che, come suggerisce la teoria degli errori, gli istogrammi sono stati creati dividendo in intervalli (chiamati *bins*) pari a $\sigma_c/3$, dove σ_c rappresenta la deviazione standard del campione. Sono inoltre stati scartate tutte le misure distanti dal valore medio oltre le 3 deviazioni standard.

3.1 30 misure

Da sole 30 misure non ci si può aspettare un risultato ottimo, ad ogni modo di seguito l'istogramma che rappresenta il numero di misure effettuate per ogni intervallo di tempo:

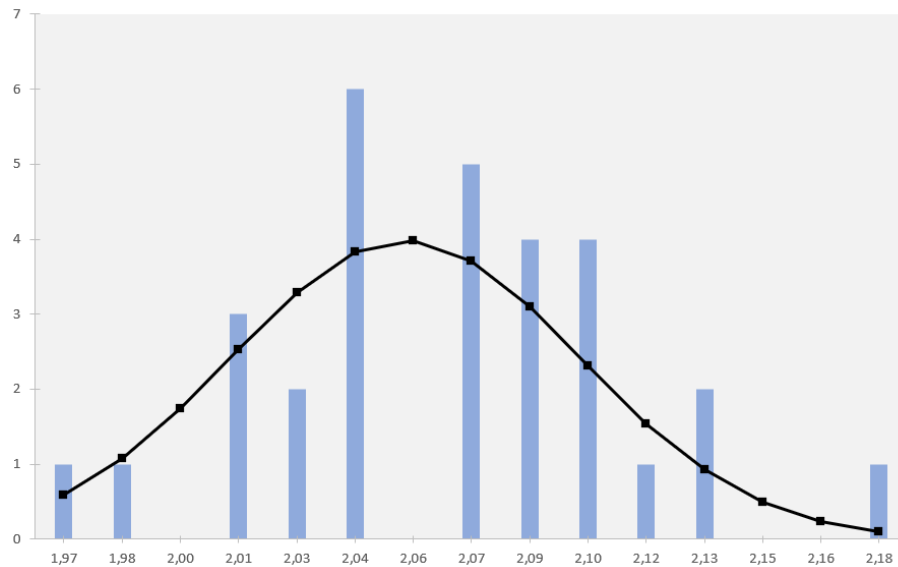


Figure 1: Istogramma 30 misure

Notiamo subito che si sono venuti a creare degli intervalli (anche centrali) in cui non sono presenti misure, questo è per buona parte dovuto ai pochi dati raccolti. Come vedremo nei prossimi paragrafi questi "buchi" saranno sempre meno frequenti all'aumentare delle misure.

L'istogramma è stato costruito a partire da una tabella contenente un riferimento agli intervalli (o bins) e il relativo numero di misure (o frequenza) prese in ogni intervallo, cioè:

Intervalli	Frequenze
1,97	1
1,98	1
2,00	0
2,01	3
2,03	2
2,04	6
2,06	0
2,07	5
2,09	4
2,10	4
2,12	1
2,13	2
2,15	0
2,16	0
2,18	1

Table 1: Tabella con intervalli e frequenze

Inoltre, per costruire il grafico in figura è stato necessario calcolare alcuni valori di rilievo che ho riassunto nella seguente tabella:

Descrizione	Valore (s)
Media	2,06
Deviazione standard	0,045
Minimo	1,97
Massimo	2,17
Ampiezza bin	0,015

Table 2: Riepilogo dei valori

Si può osservare che non è stato misurato nessun valore fuori dall'intervallo $\mu \pm 3\sigma$, pertanto nessun valore è stato scartato.

Qui di seguito una semplice tabella che mostra l'elenco delle misure fatte:

1,97	2,01	2,03	2,11	2,03	2,04	2,03	2,09	2,12	2,08
2,17	2,06	2,04	2,08	2,06	2,01	2,09	2,10	2,09	2,06
2,07	2,08	2,08	2,02	2,00	2,02	2,03	1,98	2,06	2,12

Table 3: Elenco dei valori

3.2 100 misure

In questo paragrafo vedremo i risultati che si sono ottenuti dalle 100 misurazioni, ci aspettiamo ovviamente che il fit approssimi meglio l'istogramma e soprattutto ci si aspettasse non ci siano intervalli senza misure.

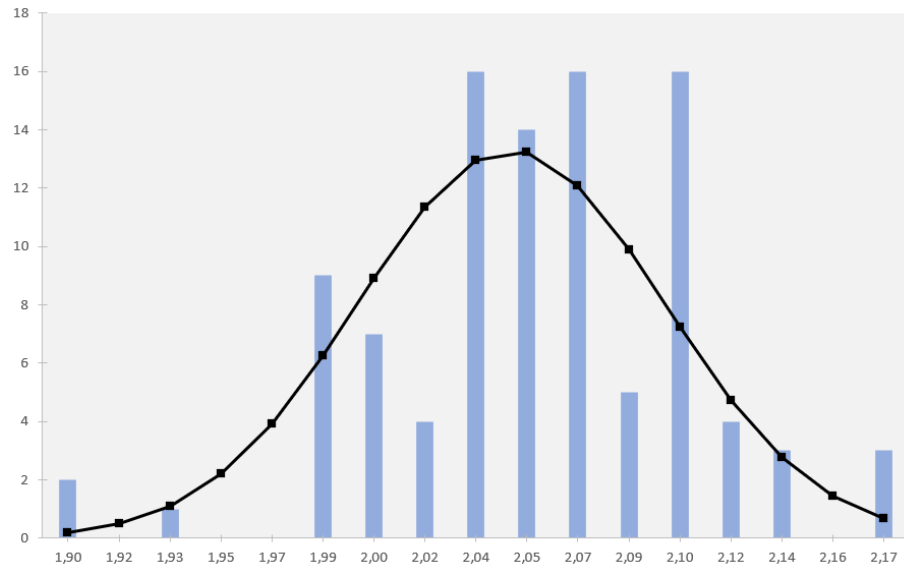


Figure 2: Iistogramma 100 misure

Notiamo immediatamente che sono ancora presenti intervalli vuoti, tuttavia questi non compaiono più nella zona centrale (dove la curva di Gauss raggiunge il punto di massimo). Di nuovo, la tabella che mette in relazione i bins alle relative frequenze:

Intervalli	Frequenze
1,90	2
1,92	0
1,93	1
1,95	0
1,97	0
1,99	9
2,00	7
2,02	4
2,04	16
2,05	14
2,07	16
2,09	5
2,10	16
2,12	4
2,14	3
2,16	0
2,17	3

Table 4: Tabella con intervalli e frequenze

Come per le 30 misure ho riassunto di seguito i dati che mi hanno permesso di creare l'istogramma e stabilire quali valori fossero rilevanti ai fini dell'analisi statistica e quali no:

Descrizione	Valore (s)
Media	2,05
Deviazione standard	0,051
Minimo	1,90
Massimo	2,16
Ampiezza bin	0,017

Table 5: Riepilogo dei valori

Anche in questo caso non è stato necessario eliminare alcun valore, in quanto tutti sono rientrati nell'intervallo $\mu \pm 3\sigma$.

3.3 300 misure

Prevedo che in questo paragrafo otterremo i risultati più accurati e più precisi rispetto al valore vero della misura che stiamo analizzando (il periodo del pendolo). Il prossimo istogramma mostra ciò che abbiamo ottenuto dalle 300 misurazioni:

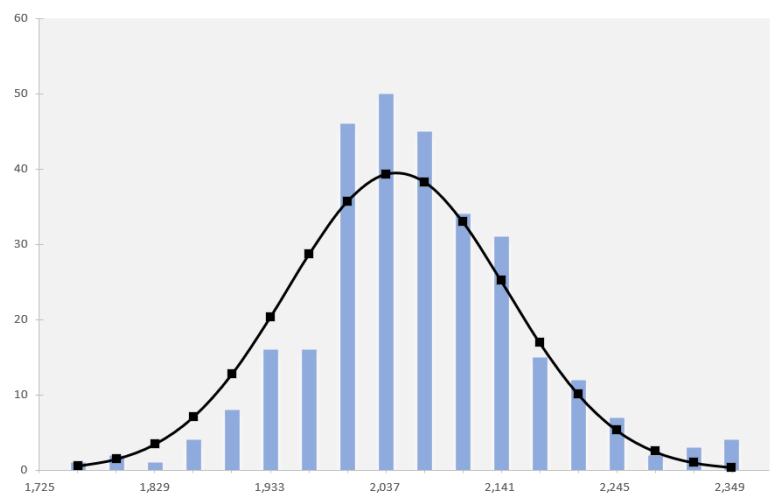


Figure 3: Istogramma 300 misure

Si vede subito che il fit (curva di Gauss) approssima piuttosto bene l'andamento reale dei dati (rispetto a quanto mostrato prima). Dalla successiva tabella si può osservare che, tra le altre cose, non sono più presenti intervalli privi di misurazioni:

Intervalli	Frequenze
1,76	1
1,79	2
1,83	1
1,86	4
1,90	8
1,93	16
1,97	16
2,00	46
2,04	50
2,07	45
2,11	34
2,14	31
2,18	15
2,21	12
2,25	7
2,28	2
2,32	3
2,35	4

Table 6: Tabella con intervalli e frequenze

Anche in questo caso mi sono servito di alcuni valori per costruire l'istogramma e definire la funzione che descrive la campana di Gauss:

Descrizione	Valore (s)
Media	2,05
Deviazione standard	0,099
Minimo	1,76
Massimo	2,35
Ampiezza bin	0,033

Table 7: Riepilogo dei valori

Come mi aspettavo in questo caso ho dovuto eliminare 3 misurazioni in quanto esterne all'intervallo $\mu \pm 3\sigma$.

4 Conclusioni

Si presenta ora una tabella riassuntiva contenente i dati più importanti raccolti durante l'esperienza:

	30 misurazioni	100 misurazioni	300 misurazioni
Media	2,06 s	2,05 s	2,05 s
Deviazione standard	$4,49 \times 10^{-2}$ s	$5,11 \times 10^{-2}$ s	$9,90 \times 10^{-2}$ s
Varianza	$2,01 \times 10^{-3}$ s ²	$2,61 \times 10^{-3}$ s ²	$9,87 \times 10^{-3}$ s ²

Table 8: Riepilogo delle misurazioni

L'esperimento conferma che con un incremento del numero di misurazioni, i dati si allineano ai valori attesi della popolazione. Tuttavia, il primo set di dati mostra una discrepanza significativa (sono presenti intervalli privi di misure), probabilmente a causa della bassa precisione dovuta al numero limitato di misurazioni. Analizzando gli istogrammi dei tre campioni, si osserva che all'aumentare delle misurazioni, crescono sia lo scarto quadratico medio sia, conseguentemente, lo scarto quadratico medio. Questo fenomeno influenza la forma della curva gaussiana, che tende ad appiattirsi con l'aumentare della deviazione standard. Possiamo dire che un maggior numero di oscillazioni riduce l'accuratezza nella stima del periodo.