

# Stima Altezza di Volo Indotta dal Jet d'Eau

Vittorio Alzetta

**Abstract**—Questo studio si propone di stimare l'altezza massima teorica raggiungibile da un individuo di massa  $m$  spinto verticalmente dal getto d'acqua del Jet d'Eau di Ginevra. Partendo dai dati noti della fontana, quali l'altezza massima del getto e la sua portata, viene sviluppato un modello fisico per calcolare l'energia trasferita al corpo. Si assume un'efficienza di trasferimento energetico del 50% e si deriva una relazione iperbolica tra la massa dell'individuo e l'altezza di volo conseguita, presentata sia analiticamente che graficamente.

## I. DATI INIZIALI E IPOTESI

Il modello si basa sui seguenti dati e assunzioni fondamentali:

- **Altezza massima del getto d'acqua ( $h_{\text{getto}}$ ):** 140 m.
- **Portata d'acqua ( $\Phi$ ):** 500 L/s, che corrisponde a un flusso di massa  $\dot{m}_{\text{acqua}} = 500 \text{ kg/s}$ .
- **Ipotesi 1 - Spinta efficace:** Si assume che la spinta del getto sia efficace fino a un'altezza di 100 m. Oltre questa quota, si considera che il getto si disperda a causa dell'attrito con l'aria, non fornendo ulteriore spinta significativa.
- **Ipotesi 2 - Efficienza di trasferimento:** Si ipotizza che il 50% dell'energia cinetica del getto d'acqua, erogata durante la fase di spinta, sia convertita in energia potenziale dell'individuo.

## II. MODELLO FISICO E DERIVAZIONE

### A. Velocità Iniziale del Getto

La velocità iniziale di efflusso dell'acqua ( $v_0$ ) può essere calcolata dalla conservazione dell'energia per una particella d'acqua che raggiunge l'altezza massima  $h_{\text{getto}}$ :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_{\text{getto}} \implies v_0 = \sqrt{2gh_{\text{getto}}} \quad (1)$$

Sostituendo i valori, si ottiene:  $v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 140 \text{ m}} \approx 52,4 \text{ m/s}$ .

Il tempo di volo del getto fino a 100 m ( $h_{\text{spinta}}$ ) si calcola risolvendo  $h_{\text{spinta}} = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ . Si ottiene  $t_{\text{spinta}} \approx 2,47 \text{ s}$  (prendendo la soluzione fisicamente sensata durante la salita).

### B. Energia Erogata dal Getto

La potenza istantanea del getto  $P(t)$  varia con la sua velocità  $v(t) = v_0 - gt$ . L'energia totale  $E_{\text{getto}}$  trasferita nel tempo  $t_{\text{spinta}}$  è l'integrale della potenza:

$$P(t) = \frac{1}{2}\dot{m}_{\text{acqua}}[v(t)]^2 = \frac{1}{2}\dot{m}_{\text{acqua}}(v_0 - gt)^2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} E_{\text{getto}} &= \int_0^{t_{\text{spinta}}} P(t) dt \\ &= \frac{1}{2}\dot{m}_{\text{acqua}} \int_0^{t_{\text{spinta}}} (v_0^2 - 2v_0gt + g^2t^2) dt \\ &= \frac{1}{2}\dot{m}_{\text{acqua}} \left[ v_0^2t - v_0gt^2 + \frac{1}{3}g^2t^3 \right]_0^{t_{\text{spinta}}} \end{aligned} \quad (3)$$

### C. Altezza Massima dell'Individuo

L'energia potenziale  $E_p$  acquisita da un individuo di massa  $m$  che raggiunge un'altezza  $h_{\text{max}}$  è  $E_p = mgh_{\text{max}}$ . Secondo l'ipotesi di efficienza ( $\eta = 0.5$ ), l'energia trasferita è:

$$E_p = \eta \cdot E_{\text{getto}} \implies mgh_{\text{max}} = \eta \cdot E_{\text{getto}} \quad (4)$$

Da cui si ricava l'altezza massima:

$$h_{\text{max}}(m) = \frac{\eta \cdot E_{\text{getto}}}{mg} \quad (5)$$

Sostituendo i valori numerici nel calcolo dell'integrale (con  $\dot{m}_{\text{acqua}} = 500$ ,  $v_0 = 52.4$ ,  $g = 9.81$  e  $t_{\text{spinta}} = 2.47$ ), si ottiene un'energia trasferibile  $E_{\text{trasf}} = \eta \cdot E_{\text{getto}} \approx 5,3 \times 10^4 \text{ J}$ . L'equazione finale diventa quindi:

$$h_{\text{max}}(m) = \frac{52647 \text{ kg} \cdot \text{m}}{m} \quad (6)$$

## III. RISULTATI

L'equazione (6) descrive l'altezza massima di volo in funzione della massa  $m$  dell'individuo. La relazione è iperbolica: l'altezza raggiungibile è inversamente proporzionale alla massa. Come prevedibile, masse minori possono raggiungere altezze considerevolmente maggiori, mentre all'aumentare della massa l'altezza conseguibile decresce rapidamente.

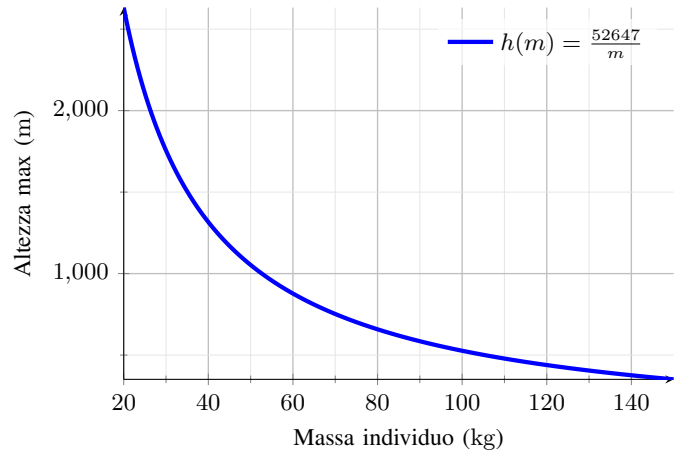


Fig. 1. Grafico dell'altezza di volo massima stimata in funzione della massa.

Diciamo che pesando 85 kg farei un bel volo...